

Binärzahlen verstehen

von Jürgen Müller

Die Behandlung von Binärzahlen gehört auf den ersten Blick in den Mathematikunterricht. Will man jedoch die grundlegende Funktion eines Computers verstehen, so ist es notwendig, sich mit den Binärzahlen, deren Berechnung und des Rechnens mit ihnen auseinanderzusetzen. Wir sind das Rechnen mit einem Zahlensystem zur Basis 10 gewohnt. Auf dieser Grundlage ist es wiederum möglich, jedes Zahlensystem zu einer anderen Basis zu entwickeln. Das Zahlensystem zur Basis 2 (*Binärsystem* oder *Dualsystem* genannt) mit den einzigen Ziffern 0 und 1 lässt sich leicht verständlich und logisch entwickeln. Das Dualsystem wurde von Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) am Anfang des 18. Jahrhunderts in seinem Artikel „Explication de l’Arithmétique Binaire“ dokumentiert (siehe Bild 1). Er sah darin ein so überzeugendes Sinnbild des christlichen Glaubens, dass er damit sogar Heiden bekehren wollte und schlug u. a. vor, es dem chinesischen Kaiser Kangxi (1654–1722) vorzulegen, um ihn vom Christentum zu überzeugen. Dazu schrieb er an den französischen Jesuitenpater Bouvet, der zu jener Zeit als Missionar in China lebte:

Zu Beginn des ersten Tages war die 1, das heißt Gott. Zu Beginn des zweiten Tages die 2, denn Himmel und Erde wurden während des ersten geschaffen. Schließlich zu Beginn des siebenten Tages war schon alles da; deshalb ist der letzte Tag der vollkommenste und der Sabbat, denn an ihm ist alles geschaffen und erfüllt, und deshalb schreibt sich die 7 111, also ohne Null. Und nur wenn man die Zahlen bloß mit 0 und 1 schreibt, erkennt man

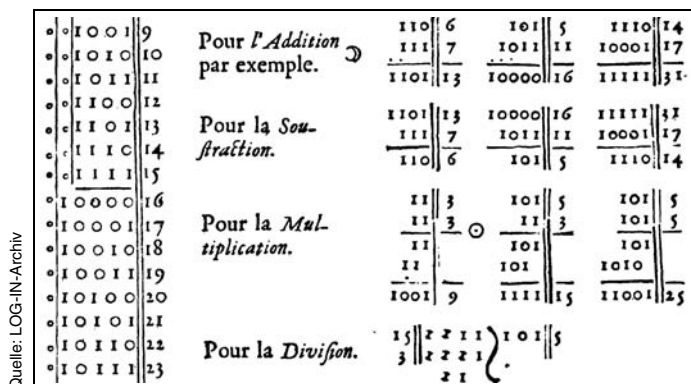
die Vollkommenheit des siebenten Tages, der als heilig gilt, und von dem noch bemerkenswert ist, dass seine Charaktere einen Bezug zur Dreifaltigkeit haben.

Leibniz war der Überzeugung, dass mit der Dyadik eine universelle Sprache geschaffen war, in der die Menschen mit Gott kommunizieren könnten. Er wollte somit das menschliche Leben auf ein mathematisches System abbilden. Wenn man bedenkt, dass durch die weltweite Digitalisierung diese Universalisierung bereits erreicht ist, dann wird deutlich, welche Bedeutung mittlerweile das Binärsystem gewonnen hat.

Thema: Das Binärsystem

Übersicht

Klassenstufe	Sekundarstufe I
Oberthemen	<i>Bildungsstandards:</i> Information und Daten <i>ITG:</i> – <i>Informatik:</i> Grundlagen der Kommunikation / Technische Informatik
Untertemen	<i>Bildungsstandards:</i> Datenmodellierung <i>ITG:</i> – <i>Informatik:</i> Analoge und digitale Datenübertragung, Codierung
Anforderungsniveau	niedrig
Durchführungsniveau	niedrig
Vorwissen	Mathematische Operationen im Dezimalsystem
Methode	Demonstration und Schülerexperiment
Vorbereitung	20 Minuten
Durchführung	15 bis 45 Minuten



Quelle: LOG-IN-Archiv

Bild 1: Ausschnitt aus der Leibniz’schen Abhandlung „Explication de l’Arithmétique Binaire“ (1703/1705).

Ein Zahlensystem dient dazu, Zahlen einfach und übersichtlich darzustellen. Außerdem soll es möglichst einfach sein, mit den Zahlen zu rechnen. Der Mensch verwendet das Zehnersystem, weil er Dinge an zehn Fingern abzählen kann. Für Computer wird das binäre



Bild 2: Im Binärsystem wird von rechts nach links gelesen, daher befindet sich der kleinste Wert, die Eins, ganz rechts.

Zahlensystem verwendet, in dem es nur zwei Ziffern gibt, die Null und die Eins. Wie mit den Nullen und Einsen des Binärsystems Dezimalzahlen und Wörter repräsentiert werden können, soll an einem Modell spielerisch deutlich gemacht werden.

Materialien und Software

- ▷ Für die Demonstration wird ein Satz von fünf Binärkarten in A4-Größe benötigt (Bild 2). Eine Kopiervorlage ist über den LOG-IN-Service verfügbar. Die Karten sollten laminiert werden, wodurch sie haltbarer und besser benutzbar sind.
- ▷ Die Schülerinnen und Schüler benötigen einen Satz von fünf Binärkarten in Spielkartengröße. Eine ent-



Bild 3: Darstellung verschiedener Dezimalzahlen im Binärsystem.

- sprechende Kopiervorlage steht ebenfalls über den LOG-IN-Service zur Verfügung.
- ▷ Modem bzw. Faxgerät.

Vorbereitung

Die Schülerinnen und Schüler schneiden aus der Kopiervorlage für sich einen Satz Binärkarten aus.

Durchführung

Binärzahlen verstehen

Vor der Einzelarbeit der Schülerinnen und Schüler ist es hilfreich, die Prinzipien der Binärzahlen zu demonstrieren. Dazu werden die vorbereiteten Binärkarten in DIN-A4-Größe an fünf Schülerinnen und Schüler verteilt; vor der Klasse nehmen die Schülerinnen und Schüler nach Bild 2 Aufstellung (die Zahl 1 ganz rechts, die 16 außen links).

Folgende Fragen werden in einer Diskussion erörtert:

- ▷ Welche Regel bemerkt ihr bei der Anzahl der Punkte auf den Karten?
Antwort: Jede Karte hat doppelt so viele Punkte wie die Karte zu ihrer rechten.
- ▷ Wie viele Punkte würde die nächste Karte haben, wenn links eine neue Karte angefügt werden sollte? Wie viele Punkte müsste die übernächste tragen?
Antwort: 32, 64 usw.

Mithilfe der fünf Karten lassen sich Zahlen darstellen, indem Karten umgedreht und die Punkte der sichtbaren Karten addiert werden (Bild 3). Die Schülerinnen und Schüler werden z.B. aufgefordert, die 10 zu zeigen (Karte mit 8 und 2 Punkten), dann die 15 (8-, 4-, 2-, und 1-Punkt-Karten), dann die 21 (16, 4 und 1).



Bild 4: Der Übergang von Dezimalzahlen zu Binärzahlen ergibt sich im Modell intuitiv.